

# МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство просвещения и воспитания Ульяновской области  
Управление образования администрации города Ульяновска  
МБОУ «Лицей при УлГТУ»



документ подписан электронной  
цифровой подписью

Евсеева Юлия Сергеевна  
директор  
МБОУ Лицей при УлГТУ

Сертификат: 00c5c8f4b9931fa4d54d9d85455bc6e

ИНН 7325010420 / ОГРН 1027301181016  
432071, г.Ульяновск, ул.Радищева, 102

## РАССМОТРЕНО

на заседании МО  
учителей математики

\_\_\_\_\_ Давыдова Е.В.

Пр.№1 от «21» 08 2024 г.

## СОГЛАСОВАНО

Зам. директора по НМР

\_\_\_\_\_ Жимолостнова В.К.

Пр.№1 от «28» 08 2024 г.

## УТВЕРЖДЕНО

Директор

\_\_\_\_\_ Евсеева Ю.С.

Пр.№233

от «29» 08 2024 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(ID 1122230)

учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»  
для 10-11 класса основного общего образования  
(углубленный уровень)  
2024-2025 учебный год

Составили учителя математики: Карасева А.Г., Суворова Е.А.,  
Давыдова Е.В., Сотникова С.А.,  
Серебрянникова Е.С., Корнилова Н.Ю.,  
Усманова А.Р., Тагашев И.И.

Ульяновск 2024

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и

знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

*На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).*

## **СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ**

### **10 КЛАСС**

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки

и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

## **11 КЛАСС**

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения). Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея). Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным. Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к нормальному распределению. Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи, приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

# **ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

## **10 класс:**

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

## **11 класс:**

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при

решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

### ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ, 10 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Контрольные работы	Практические работы
1	Элементы теории графов	3		
2	Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3		
3	Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события	5		
4	Элементы комбинаторики	4	1	
5	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности	5		
6	Случайные величины и распределения	14	1	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0

### ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ, 11 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Контрольные работы	Практические работы
1	Закон больших чисел	5		

2	Элементы математической статистики	6		
3	Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения	4		
4	Распределение Пуассона	2		
5	Связь между случайными величинами	6		
6	Обобщение и систематизация знаний	11	1	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0

## ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ, 10 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа	1				
2	Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы	1				
3	Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	1				
4	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы)	1				
5	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	1				
6	Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	1				
7	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей	1				



8	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1				
9	Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности	1				
10	Формула полной вероятности	1				
11	Формула Байеса. Независимые события	1				
12	Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал	1				
13	Число сочетаний. Треугольник Паскаля	1				
14	Формула бинома Ньютона	1				
15	Контрольная работа №1: "Графы, вероятности, множества, комбинаторика"	1	1			
16	Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха	1				
17	Серия независимых испытаний до первого успеха	1				
18	Серия независимых испытаний Бернулли	1				
19	Случайный выбор из конечной совокупности	1				

20	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
21	Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения	1				
22	Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина	1				
23	Геометрическое распределение. Биномиальное распределение	1				
24	Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин	1				
25	Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания. Математическое ожидание бинарной случайной величины	1				
26	Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений	1				
27	Дисперсия и стандартное отклонение	1				
28	Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии	1				
29	Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин	1				

30	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
31	Дисперсия биномиального распределения. Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
32	Обобщение и систематизация знаний	1				
33	Контрольная работа №2: "Испытания Бернулли. Случайные величины и распределения"	1	1			
34	Обобщение и систематизация знаний	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	0		

### ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ, 11 КЛАСС 11 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
1	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1				
2	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон больших чисел	1				
3	Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Закон	1				

	больших чисел					
4	Выборочный метод исследований	1				
5	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1				
7	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик	1				
8	Оценивание вероятностей событий по выборке	1				
9	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1				
10	Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений	1				
11	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
12	Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности	1				

	вероятности					
13	Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям	1				
14	Функция плотности вероятности показательного распределения	1				
15	Функция плотности вероятности нормального распределения	1				
16	Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона	1				
17	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
18	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции	1				
19	Совместные наблюдения двух величин	1				
20	Выборочный коэффициент корреляции	1				
21	Различие между линейной связью и причинно-следственной связью	1				
22	Линейная регрессия	1				
23	Практическая работа с использованием электронных таблиц	1				
24	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика	1				
25	Опыты с равновероятными	1				

	элементарными событиями					
26	Вычисление вероятностей событий с применением формул	1				
27	Вычисление вероятностей событий с применением графических методов: координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера	1				
28	Случайные величины и распределения	1				
29	Математическое ожидание случайной величины	1				
30	Математическое ожидание случайной величины	1				
31	Контрольная работа: "Вероятность и статистика"	1	1			
32	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1				
33	Вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов	1				
34	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины	1				
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0		

### **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

**ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

**ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ**